Auto-assurance, assurance et risques naturels♦

Une application à la gestion forestière

BRUNETTE Marielle*

COUTURE Stéphane**

L'objectif de cet article est d'étudier le comportement d'un propriétaire forestier privé en termes d'auto-assurance ou d'assurance face à un risque naturel. Les spécificités du risque naturel, notamment en forêt, nécessitent un réaménagement du cadre conceptuel de référence habituellement utilisé par les économistes pour traiter des problèmes d'assurabilité et de prévention. Nous avons conçu un tel cadre d'analyse, plus propice à l'étude des risques naturels en forêt, comprenant un nombre d'états de la nature fini et un niveau de perte multiplicatif. Nous étudions les choix optimaux d'auto-assurance ou d'assurance et procédons à une analyse de statique comparative. Nous montrons que les conditions d'optimalité pour l'auto-assurance et l'assurance changent mais que leurs interprétations sont identiques à celles effectuées dans un cadre standard et que la statique comparative conduit à des zones d'ambiguïté. Nous étudions également l'impact d'un programme public de soutien financier sur les décisions de couverture de l'agent. L'intervention publique crée une désincitation à s'auto-assurer ou à s'assurer de la part des propriétaires forestiers.

<u>Self-insurance, insurance and natural risks: an application to the forest management</u>

In this paper, we study the optimal self-insurance or insurance activities for a private forest owner against natural hazards. The specificities of natural risks, especially in forest, make indispensable to adjust the standard models of self-insurance and insurance. We develop such a model in which the number of the states of nature is finite and loss is multiplicative. We analyse the optimal choices of self-insurance and insurance that are different in this framework compared to the standard one. We show that some comparative statics results are ambiguous. We then examine the implication of a public disaster relief program on the optimal coverage decisions. We find that public intervention desincites the private forest owner to self-insure or to insure against natural hazards.

Classification JEL : D81, G22, Q23

---

* BETA-REGLES, 13 place Carnot, 54 035 Nancy cedex, France. Courriel : Marielle.Brunette@univ-nancy2.fr
**Laboratoire d'Economie Forestière (LEF), 14 rue Girardet, 54 042, Nancy cedex, France.
Courriel : couture@nancy-engref.inra.fr
♦Nous remercions L. Eeckhoudt, E. Langlais, les participants au séminaire interne du BETA-REGLES ainsi que les membres du Laboratoire d'Economie Forestière de Nancy pour leurs commentaires et leurs précieux conseils.

I) **INTRODUCTION** :

La fréquence des événements climatiques extrêmes, entraînant des dommages humains et économiques très importants, semble s'accroître, particulièrement ces dernières années. A titre d'exemples, nous pouvons citer le cyclone Andrew qui a frappé les Etats-Unis, les tempêtes Lothar et Martin subies par l'Europe, le tsunami qui a ravagé l'Asie du Sud-Est, mais aussi les divers séismes qui ont frappé la planète ces dernières années. L'ensemble de ces événements alimente donc l'intérêt de la réflexion sur la gestion et la prévention des risques dits naturels. Ces risques sont caractérisés par une faible fréquence et d'énormes dégâts mais aussi par une forte corrélation des risques individuels (par exemple, la survenance d'une tempête ou d'un séisme touche simultanément un grand nombre d'individus). De plus, généralement il convient que leur occurrence est indépendante des activités des agents, mais il est évident que leurs actions influencent l'ampleur des dommages. Les spécificités de ces risques soulèvent des difficultés propres en termes de quantification du risque mais aussi des dommages qu'ils occasionnent, ce qui provoque un problème d'assurabilité. Il est alors très difficile de mettre en place ou de garantir la survie des systèmes d'assurance privée traditionnels.

En France, le système d'indemnisation des dommages de catastrophes naturelles fait intervenir à la fois l'Etat et les compagnies d'assurance privée[1]. Ce dernier rencontre quelques limites, notamment avec le secteur forestier. En effet, les productions forestières sont fortement soumises aux aléas climatiques. Les risques les plus dommageables pour les forêts françaises sont les risques de tempêtes et d'incendie, selon Birot et Gollier (2001). Cependant, ces risques sont considérés comme assurables par les autorités et, de ce fait, sont exclus du régime des catastrophes naturelles. Ainsi, pour se couvrir, les propriétaires forestiers privés disposent des contrats d'assurance privée. On observe cependant que très peu d'entres eux y ont recours[2], notamment parce qu'ils considèrent que ce type d'assurance est onéreux. Ils peuvent également avoir recours à des modes de prévention et de couverture individuels tels que les mesures d'auto-assurance et d'auto-protection[3]. En effet, les propriétaires peuvent, par exemple, adopter des mesures de prévention telle que le débroussaillement du sol et la préparation des chemins afin de faciliter le retrait des bois, mais ils peuvent également agir sur la composition et la densité du peuplement. Toutefois, de tels comportements sont

---

1. En effet, depuis la loi du 13 juillet 1982, les biens et les personnes physiques autres que l'Etat faisant l'objet d'un contrat d'assurance dommage ou perte d'exploitation, sont également couverts contre les effets des catastrophes naturelles, à la seule condition que l'état de catastrophe naturelle soit déclaré. Ainsi, ce sont les compagnies qui indemnisent les victimes et l'Etat qui décide de déclarer ou non l'état de catastrophe naturelle tout en apportant sa garantie à la Caisse Centrale de Réassurance qui réassure les compagnies pour les sinistres liés aux catastrophes naturelles.
2. En effet, environ 5% des propriétaires forestiers privés français sont assurés, ce qui représente moins de 7% de la surface forestière privée française.
3. Ces termes ont été définis pour la première fois par Ehrlich et Becker (1972) comme suit : l'auto-assurance permet de réduire l'ampleur des pertes suite à l'occurrence d'un événement aléatoire alors que l'auto-protection permet de réduire la probabilité d'occurrence d'un tel événement.

rarement observés. En effet, les propriétaires sous-estimant l'occurrence des risques naturels ne jugent pas nécessaire de prendre de telles mesures.
Finalement, les propriétaires forestiers privés peuvent bénéficier de l'intervention publique via des programmes publics d'aides aux sinistrés. En effet, les risques de tempête et d'incendie étant considérés comme assurables, l'Etat ne peut pas intervenir directement dans le mécanisme de couverture, c'est pourquoi son intervention est indirecte et ponctuelle, par l'intermédiaire de ce type de programmes. Nous pouvons citer à titre d'exemple le plan « Chablis »[4] qui a été instauré suite aux tempêtes de décembre 1999. Ces programmes engendrent généralement un problème de risque moral. En effet, les propriétaires forestiers anticipent la mise en place de ces plans et n'adoptent donc pas les mesures nécessaires à leur couverture.
Il ressort de cette situation que les propriétaires forestiers adoptent pas ou très peu de mesures de couverture alors que la menace est réelle. Parmi les principales causes de dysfonctionnement, l'inadaptabilité des instruments de couverture et de prévention aux caractéristiques des risques naturels semble prépondérante. Mais avant de s'intéresser à ces instruments, il convient de comprendre le comportement d'un propriétaire forestier, devant faire face à un risque naturel, en termes d'activité d'assurance ou d'auto-assurance. Il est aussi important de s'intéresser à l'incidence de l'intervention de l'Etat sur ses décisions de couverture.

Le problème de choix d'assurance ou d'auto-assurance et d'auto-protection en univers risqué, a été initialement analysé par Mossin (1968) et Ehrlich et Becker (1972) respectivement. En termes d'assurance, il existe une kyrielle d'extensions sur le sujet comme par exemple l'article de Gollier (2003) et celui de Kunreuther et Pauly (2004). Le problème de choix d'assurance face à un risque naturel a été uniquement abordé par expérimentation (Mc Clelland, Schultze et Coursey (1993), Ganderton et al. (2000), Stenger (2004)). Même si le cadre standard s'adapte à la problématique et aux spécificités des risques naturels, aucun travail ne s'est intéressé, d'un point de vue théorique, à l'incidence d'une intervention publique, garantissant le niveau des pertes, sur le choix d'assurance. Parallèlement s'est développée une littérature sur les mesures d'auto-assurance et d'auto-protection, visant généralement à étendre le cadre de Ehrlich et Becker et à proposer des résultats de statique comparative. A ce titre, nous pouvons citer les travaux de Schlesinger (2000) qui apportent divers résultats de statique comparative à la fois pour l'assurance et l'auto-assurance dans un cadre d'utilité espérée ceux de Konrad et Skaperdas (1993), Jullien, B.Salanié et F.Salanié (1999), et Courbage (2001) dans un cadre d'utilité non-espérée. Seul l'article de Lewis et

4. Après les tempêtes exceptionnelles de décembre 1999, un plan national pour la forêt française regroupant trois objectifs : assurer la mobilisation des bois, permettre le stockage et favoriser la valorisation des bois, organiser la reconstitution des forêts sinistrées, a été instauré. Ce plan regroupe des dispositions ciblant plus spécifiquement les propriétaires forestiers privés telles que les subventions au nettoyage des parcelles sinistrées et les aides à la reconstitution des peuplements détruits. Des mesures fiscales et sociales complètent également ces dispositions

Nickerson (1989) intègre les spécificités des risques naturels sur le choix d'auto-assurance ainsi que le problème de l'intervention publique. Cependant, ces auteurs ne spécifient pas l'incidence d'un risque sur l'actif risqué mais s'intéressent à l'impact du caractère risqué ou réducteur de risque sur l'activité d'auto-assurance.

Dans la plupart de ces travaux, des hypothèses telles que la prise en compte d'un cadre statique, de deux états du monde, d'un seul risque et d'une perte financière exogène sont généralement posées. Aussi, ce cadre est peu adapté à la problématique des risques naturels en forêt. En effet, une tempête intervient avec une intensité différente à chaque réalisation et n'engendre donc pas les mêmes dégâts, de sorte qu'un grand nombre d'états de la nature doit être considéré. De plus, lorsqu'une tempête ravage la forêt d'un propriétaire, sa perte financière est une proportion de son peuplement et n'est donc pas définie de façon exogène. Les spécificités du risque naturel nécessitent donc un réaménagement du cadre conceptuel de référence habituellement utilisé par les économistes pour traiter des problèmes d'assurabilité et de prévention.

L'objectif de cet article est, par conséquent, de pallier certains de ces problèmes. Nous allons donc modéliser le comportement d'un propriétaire forestier devant faire face à un risque naturel ainsi que l'impact de l'intervention publique sur sa décision optimale de couverture. Nous avons pour cela conçu un cadre d'analyse plus propice à l'étude des risques naturels en forêt, comprenant un nombre fini d'états de la nature et un niveau de perte multiplicatif[5]. Dans un tel cadre, nous cherchons à valider les résultats standards obtenus dans la littérature existante. Nous montrons que les conditions d'optimalité changent mais que leur interprétation est identique. Nous obtenons des zones d'ambiguïté pour la statique comparative à la différence des modèles standards, mais ceci est imputable au cadre d'analyse que nous avons choisi. Finalement, nous montrons que, lorsque l'Etat intervient via des programmes d'aides, les propriétaires forestiers réagissent en réduisant leurs activités d'auto-assurance ou leur demande d'assurance.

La suite de l'article se déroule comme suit : nous présentons le modèle (section II), puis nous nous intéressons successivement aux activités d'auto-assurance et au mécanisme d'assurance. Pour chacune de ces activités, seront réalisées la détermination de l'optimum puis une analyse de statique comparative sur la richesse initiale, le prix et l'aversion au risque. Ensuite, nous introduisons l'intervention étatique et réalisons une analyse de statique comparative sur le seuil d'intervention de l'Etat et sur le montant d'indemnisation versé. Enfin, nous concluons et indiquons quelques pistes pour de futures recherches (section III).

5. Ce cadre peut s'appliquer à toutes sortes de problématiques aussi bien financières que relatives aux ressources naturelles.

II) <u>LE MODELE</u> :

Considérons un propriétaire forestier privé français dont le peuplement équienne[6] est arrivé à maturité, c'est-à-dire que le revenu retiré de la récolte serait maximal s'il décidait de le couper. Cependant, le propriétaire souhaite attendre encore un an avant d'abattre son peuplement. En effet, l'exploitation de sa forêt a un coût que le propriétaire ne peut supporter cette année et donc il souhaite retarder la récolte d'un an. De ce fait, le propriétaire forestier va prendre des risques puisque, durant cette année, une tempête peut ravager sa forêt et réduire considérablement les revenus tirés de son exploitation forestière. Nous considérons également que le propriétaire a l'usufruit de sa forêt mais qu'il ne peut pas la vendre.

Le propriétaire forestier privé est doté d'une richesse initiale correspondant à la valeur de son peuplement arrivé à maturité : R. Le peuplement est exposé à un risque de tempête, qui peut abattre tout ou partie de la forêt. Nous noterons donc x la proportion du peuplement touchée par la catastrophe, avec $x \in [0,1]$, $f(x)>0$ la densité de cette variable aléatoire et $F(x)$ sa fonction de répartition. La perte est donc multiplicative et s'écrit xR. L'apport principal de notre modèle réside dans le fait que la perte de ce propriétaire constitue une partie de son peuplement arrivé à maturité. En effet, dans les modèles traitant généralement de ce type de thématique, la perte est une variable définie de façon exogène.
Les préférences du propriétaire sont représentées par une fonction d'utilité Von Neumann et Morgenstern croissante et concave : u, avec $u' > 0$ et $u'' < 0$.

Nous allons donc tout d'abord formaliser l'activité d'auto-assurance et ensuite nous modéliserons, de façon indépendante, le mécanisme d'assurance. Pour chacune des ces mesures, nous mettrons en évidence la décision optimale, nous ferons également une analyse de statique comparative sur les prix, la valeur du peuplement et l'aversion au risque, et nous finirons par l'introduction de l'intervention publique dans le modèle.

A) <u>L'AUTO-ASSURANCE</u> :

Le propriétaire forestier peut choisir d'investir dans les activités d'auto-assurance. Ainsi, le paramètre de décision pour l'auto-assurance est noté q, avec $q \geq 0$. Lorsque le propriétaire opte pour l'auto-assurance, cette activité représente, pour lui, un coût linéaire noté cq, où c est le coût marginal exogène.
La fonction de perte dépend de la variable de décision : q, elle s'écrit donc : $x(q)R$, avec $x' < 0$ et $x'' > 0$. Ainsi, lorsque l'auto-assurance q augmente, la proportion de richesse initiale sujette à une perte x, diminue.

---

6. Un peuplement équienne est un peuplement au sein duquel les arbres ont tous le même âge.

L’objectif du propriétaire forestier est de maximiser son espérance d’utilité :

$$EU(W) = \int_0^1 u[R - x(q)R - cq] f(x)dx \qquad (1)$$

Ainsi, l’activité optimale d’auto-assurance q^* est donnée par la condition de premier ordre suivante :

$$H = \frac{\partial EU(W)}{\partial q} = \int_0^1 u'(W^*)[-x'(q^*)R - c] f(x)dx = 0, \qquad (2)$$

avec $W^* = R - x(q^*)R - cq^*$, la richesse finale du propriétaire à l’optimum.

Par hypothèses ($u''<0$ et $x''>0$), la condition de second ordre est satisfaite.

A l’optimum, le bénéfice marginal espéré (en termes d’utilité) issu de la réduction de l’ampleur de la perte ($u'(W^*)[-x'(q^*)R]$) égalise le coût marginal espéré (en termes d’utilité) issu de l’accroissement de l’activité d’auto-assurance ($u'(W^*)c$).
Ainsi, un propriétaire forestier privé investira dans les activités d’auto-assurance tant que le bénéfice marginal retiré de cette activité sera supérieur à son coût marginal. Cette conclusion confirme celle obtenue par de nombreux auteurs tels que Ehrlich et Becker (1972), Dionne et Eeckhoudt (1985), Bryis et Schlesinger (1990) dans un cadre d’analyse différent.

Le montant optimal d’activité d’auto-assurance dépend entre autres de la valeur du peuplement, du coût de cette activité et de l’aversion au risque du propriétaire forestier. Il est alors intéressant d’observer l’impact d’un accroissement de ces paramètres sur l’activité d’auto-assurance optimale définie précédemment.

Dans un premier temps et d’un point de vue technique nous nous intéressons aux signes de dq^*/dR et dq^*/dc.

Ainsi, en différenciant la condition (2), nous obtenons la condition suivante :

$$\frac{dq^*}{dR} = -\frac{\partial H / \partial R}{\partial H / \partial q}$$

Il en résulte que[7] : $sgn \frac{dq^*}{dR} = sgn\left(\frac{\partial H}{\partial R}\right)$

De même nous avons la condition suivante : $\mathrm{sgn} \frac{dq^*}{dc} = \mathrm{sgn}\left(\frac{\partial H}{\partial c}\right)$

7. La dérivée de H par rapport à R est la dérivée seconde de $EU(W)$ par rapport à q, qui par hypothèse est partout négative.

La première analyse porte sur l'impact d'un accroissement de *R*. Si la valeur du peuplement est plus importante[8], le propriétaire forestier va-t-il accroître ses activités d'auto-assurance ?
La réponse à cette question est fournie par l'étude de la condition de signe suivante :

$$\text{sgn}\left(\frac{\partial H}{\partial R}\right)=\int_0^1 \left(u''(W^*)[1-x(q^*)][-x'(q^*)R-c]+u'(W^*)[-x'(q^*)]\right)f(x)dx \qquad (3)$$

Les hypothèses que nous avons faites ne nous permettent pas de déterminer directement le signe de cette expression car : $u''< 0$, $(1-x) > 0$, $u'> 0$, $x'< 0$, et le signe de $[-x'(q^*)R - c]$ n'est pas connu ; il peut donc être soit positif soit négatif[9].
Comme le changement de *R* n'affecte pas le coût de l'auto-assurance, l'effet de statique comparative est lié au bénéfice marginal de la couverture. L'impact de *R* sur le taux optimal d'auto-assurance dépend de l'impact d'une hausse de la richesse sur l'aversion absolue au risque. On a tendance à penser qu'un accroissement de *R* doit inciter le propriétaire forestier à accroître ses activités d'auto-assurance. Il apparaît que cette conclusion n'est pas immédiate et que trois effets s'opposent. Lorsque *R* augmente, la valeur du peuplement du propriétaire forestier augmente, ce dernier est alors incité à recourir à davantage d'activités d'auto-assurance : q^* augmente. Cet effet peut être qualifié d'effet substitution. Un autre effet, dit effet richesse, vient contrarier le premier. Une augmentation de la valeur du peuplement se traduit pour le propriétaire forestier privé par une hausse de sa richesse. Si, par exemple, le propriétaire forestier est caractérisé par une aversion absolue au risque décroissante dans la richesse, alors la peur du risque augmente, ce qui se traduit par un accroissement des activités d'auto-assurance. Dans ce cas, le premier effet peut être renversé par cet effet richesse. Enfin, la perte étant proportionnelle à la richesse, lorsque la richesse augmente, la perte s'accroît également, ce qui se traduit par un appauvrissement du propriétaire. Ainsi, un troisième effet contraire au deuxième apparaît, qualifié d'effet perte, et qui, sous une hypothèse d'aversion absolue au risque décroissante dans la richesse, pousse le propriétaire forestier à augmenter ses activités d'auto-assurance.

Il est généralement admis dans la littérature la présence des deux premiers effets. Les spécificités du risque naturel font apparaître un troisième effet ayant pour incidence une hausse des zones d'ambiguïté quant au signe de dq^*/dR. Ainsi, ce signe dépend des poids relatifs de chacun de ces effets, conditionnés par l'hypothèse sur l'aversion absolue au risque du propriétaire par rapport à la richesse. Nous obtenons les résultats suivants :

8. La valeur d'un peuplement forestier varie fortement selon les essences.
9. Un propriétaire forestier neutre au risque réduit toujours ses activités d'auto-assurance lorsque la valeur de son peuplement augmente.

<u>Proposition 1</u> : Sous des hypothèses de coûts raisonnables,

- si l'aversion absolue au risque est constante avec la richesse, alors seul l'effet perte est présent. Ainsi, face à une hausse de la valeur de son peuplement, le propriétaire forestier privé accroîtra ses activités d'auto-assurance.

- si l'aversion absolue au risque est décroissante ou croissante, les trois effets se contrarient et il n'est alors pas possible de lever l'ambiguïté. Un propriétaire forestier peut, dans ce cas, réduire ou accroître ses activités d'auto-assurance face à une hausse de sa richesse.

La preuve de la proposition 1 est donnée en Annexe 1. Le recours à une fonction d'utilité logarithmique sous l'hypothèse DARA et le recours à une fonction d'utilité quadratique sous l'hypothèse IARA ne permettent pas de lever l'ambiguïté.

Selon Schlesinger (2000), sous des hypothèses de coûts raisonnables, plus l'agent économique est riscophobe, plus il investit dans des activités d'auto-assurance. Ainsi, intuitivement, les résultats suivants sont attendus: lorsque le peuplement du propriétaire forestier a une valeur supérieure, sous CARA, il maintient son niveau d'activités tandis que, sous DARA (ou IARA), il réduit (ou augmente) ses activités d'auto-assurance[10]. Toutefois du fait de notre spécification de la perte, la présence de l'effet perte supplémentaire vient contrarier ces résultats. C'est pourquoi nous aboutissons à des zones d'ambiguïté sous des hypothèses DARA et IARA.

Sous une hypothèse d'aversion absolue au risque constante avec le revenu (CARA), une hausse de richesse initiale entraîne une hausse des activités d'auto-assurance. Ainsi, en attendant une année supplémentaire pour récolter ses bois, le propriétaire sait que son peuplement prend de la valeur et donc il consacre davantage de ressources aux activités d'auto-assurance afin de mieux le protéger contre un éventuel risque de tempête.

La deuxième analyse porte sur l'impact d'un accroissement de *c*. Si le coût des activités d'auto-assurance est plus important, le propriétaire forestier va-t-il diminuer ses activités d'auto-assurance ? En termes économiques, l'activité d'auto-assurance est-elle un bien de Giffen ou pas ?

La réponse à cette question est fournie par l'étude de la condition de signe suivante :

$$sgn\left(\frac{\partial H}{\partial c}\right) = \int_0^1 \left(u''(W^*)[-q^*][-x'(q^*)R - c] + u'(W^*)[-1]\right) f(x)dx \qquad (4)$$

10. En effet, sous DARA, une hausse de R entraîne une réduction de l'aversion au risque et donc une baisse des activités d'auto-assurance. De même, sous une hypothèse IARA, une hausse de R entraîne une hausse de l'aversion au risque et donc un accroissement des activités d'auto-assurance entreprises par le propriétaire.

Les hypothèses que nous avons faites ne nous permettent pas de déterminer directement le signe de cette expression car : $u'' < 0$ et $u' > 0$ et le signe de $[-x'(q^*)R - c]$ n'est pas connu ; il peut donc être soit positif soit négatif[11].
L'intuition voudrait qu'une hausse du coût de l'auto-assurance incite le propriétaire à réduire ses activités. Cependant, cette conclusion n'apparaît pas immédiatement puisque deux effets s'opposent. Lorsque c augmente, la richesse réelle du propriétaire forestier diminue. Ainsi, si le propriétaire est caractérisé par une aversion absolue au risque décroissante avec la richesse, alors sa crainte vis-a-vis du risque s'accroît, ce qui pousse le propriétaire à accroître ses activités d'auto-assurance : q^* augmente. Cet effet est traditionnellement appelé effet richesse. Le second effet, qualifié d'effet substitution, vient contrarier le premier. Plus le coût des activités d'auto-assurance augmente, et plus le propriétaire sera incité à réduire ses activités : q^* baisse, se tournant éventuellement vers d'autres modes de couverture. Ainsi, le premier effet peut être renversé par le second.

La littérature existante admet la présence de ces deux effets et, même si elle considère une perte exogène indépendante du niveau de richesse de l'agent, il est ici tout à fait possible de signer la statique comparative. Nous obtenons donc les résultats suivants :

<u>Proposition 2</u> : Sous des hypothèses de coûts raisonnables,

- si l'aversion absolue au risque est constante ou décroissante avec la richesse, alors l'effet substitution domine. Ainsi, face à une hausse du coût des activités d'auto-assurance, le propriétaire forestier privé réduira ses activités d'auto-assurance.

- si l'aversion absolue au risque est croissante avec la richesse, alors l'effet richesse domine. Ainsi, face à une hausse du coût des activités d'auto-assurance, le propriétaire forestier privé augmentera ses activités d'auto-assurance.

La preuve de la proposition 2 est donnée en Annexe 2.
Nous obtenons des résultats différents de ceux rencontrés dans la littérature sous une hypothèse d'aversion absolue au risque croissante. Ces différences sont liées à la spécification de la perte que nous avons retenue. Mahul (1998) considère deux types de dépenses d'auto-assurance[12] et montre que l'agent réduit ses activités d'auto-assurance lorsque leur coût augmente si les dépenses d'auto-assurance sont « risquées » sous une hypothèse DARA ou si elles sont « réductrices de risque » sous une hypothèse IARA.

11. Un propriétaire forestier neutre au risque réduit toujours ses activités d'auto-assurance lorsque le prix de celles-ci augmente.
12. Mahul (1998) considère que les dépenses d'auto-assurance sont « risquées » lorsque leur rendement marginal est d'autant plus élevé que les états de la nature sont favorables, et « réductrices de risque » lorsque leur rendement marginal est d'autant plus élevé que les états de la nature sont défavorables.

Ainsi, l'assurance est un bien de Giffen uniquement sous une hypothèse d'aversion absolue au risque croissante avec la richesse. Dans ce cas, le propriétaire voyant s'accroître le coût des activités d'auto-assurance choisira d'augmenter ses activités.

La troisième analyse porte sur l'impact d'un accroissement de l'aversion au risque sur la décision d'auto-assurance optimale. Si le degré d'aversion au risque du propriétaire est plus important, va-t-il accroître ses activités d'auto-assurance ?
La réponse à cette question s'analyse en introduisant dans le modèle un second propriétaire plus averse que le premier, doté d'une fonction d'utilité qui est une transformation concave de celle du premier propriétaire, et en observant sa fonction objectif exprimée en q^*.
Intuitivement, on aurait tendance à penser qu'un propriétaire plus averse au risque investirait davantage en activités d'auto-assurance, car sa crainte du risque est plus prononcée et la proposition 3 nous confirme cette intuition.

<u>Proposition 3</u> *: Une hausse de l'aversion au risque du propriétaire forestier, pour tous les niveaux de richesse, provoque une hausse des activités d'auto-assurance optimales.*

En effet, le montant d'activités d'auto-assurance optimales en présence de l'agent plus riscophobe est plus important qu'en présence de l'autre agent moins averse au risque. La preuve de la proposition 3 est donnée en Annexe 3.
Nous aboutissons à la même conclusion que celle traditionnellement obtenue dans la littérature notamment par Schlesinger (2000) dans un cadre d'analyse différent.

Maintenant, nous allons nous intéresser à l'impact d'une intervention publique sur l'activité optimale d'auto-assurance. L'objectif est de vérifier la robustesse de l'idée suivante : le propriétaire forestier réduira ses activités d'auto-assurance lorsqu'un programme public de soutien financier sera instauré.

L'intervention de l'Etat via un programme public assure un niveau de richesse minimal au propriétaire forestier noté $\overline{R}$. En effet, le propriétaire sait qu'un programme public sera mis en place si une tempête survient et donc qu'il sera indemnisé. Il intègre donc cette indemnisation dans sa fonction objectif. Notons ε l'état de la nature seuil pour lequel la compensation publique intervient. Pour tous les niveaux de perte $x \in [\varepsilon, 1]$, la richesse finale du propriétaire forestier est garantie par une aide financière publique. Lorsqu'une tempête survient et cause une perte comprise entre 0 et ε, le propriétaire forestier se couvre par l'auto-assurance. En revanche, lorsque la tempête ravage une proportion du peuplement supérieure à ε, alors aux activités d'auto-assurance entreprises par le propriétaire s'ajoute un programme public qui indemnise le propriétaire à hauteur de $\overline{R}$. Ainsi ε constitue un seuil d'intervention. Nous supposons que le propriétaire forestier connaît les valeurs de ε et $\overline{R}$.

L'objectif du propriétaire forestier est de maximiser son espérance d'utilité :

$$EU(W) = \int_0^{\varepsilon} u[R - x(q)R - cq] f(x)dx + \int_{\varepsilon}^{1} u[\overline{R} + R - x(q)R - cq] f(x)dx \qquad (5)$$

En présence d'un programme public, l'activité d'auto-assurance optimale $\hat{q}$, est définie par la condition du premier ordre suivante :

$$\frac{\partial EU(W)}{\partial q} = \int_0^{\varepsilon} u'(W_{SP})[-x'(\hat{q})R - c] f(x)dx + \int_{\varepsilon}^{1} u'(W_{AP})[-x'(\hat{q})R - c] f(x)dx = 0 \qquad (6)$$

avec • $W_{SP} = R - x(\hat{q})R - c\hat{q}$ la richesse finale du propriétaire forestier à l'optimum sans aide publique,

• $W_{AP} = \overline{R} + R - x(\hat{q})R - c\hat{q}$ la richesse finale du propriétaire forestier à l'optimum avec aide publique.

Par hypothèses, la condition de second ordre est satisfaite.

A l'optimum, le bénéfice marginal espéré (en terme d'utilité) issu de la réduction de la taille de la perte $(u'(W_{SP})[-x'(\hat{q})R])$ sans aide et celui obtenu avec aide $(u'(W_{AP})[-x'(\hat{q})R])$ égalisent les coûts marginaux espérés (en terme d'utilité) issu de l'accroissement de l'activité d'auto-assurance $(u'(W_{SP})[-c])$ sans aide et $(u'(W_{AP})[-c])$ avec aide.

L'intervention publique dispose de deux outils pour affecter les décisions d'auto-assurance du propriétaire forestier : le seuil d'intervention ε et le montant de l'aide versée $\overline{R}$. Ainsi, pour mesurer si le propriétaire forestier s'auto-assure moins du fait de l'intervention publique, nous analysons l'effet d'une variation du seuil d'intervention ε puis du montant d'aide $\overline{R}$ sur l'activité d'auto-assurance optimale $\hat{q}$. Nous obtenons les résultats suivants :

Proposition 4 : Sous des hypothèses de coûts raisonnables, le propriétaire forestier s'auto-assure davantage lorsque l'Etat n'intervient pas.

La preuve de la proposition 4 est donnée en Annexe 4. En effet, le montant d'auto-assurance optimal en l'absence de programme public est supérieur à celui en présence de ce type de programme. Notre résultat confirme celui obtenu par Lewis et Nickerson (1989).

Proposition 5 : Suite à un accroissement de l'indemnisation de l'Etat, le propriétaire forestier réduit ses activités d'auto-assurance.

La preuve de la proposition 5 est donnée en Annexe 5. En effet, le propriétaire voyant que l'Etat accroît ses aides aux victimes de la tempête, va réduire ses activités d'auto-assurance puisqu'une part plus importante de la catastrophe sera couverte par l'Etat.
Ainsi, la présence de programmes publics de soutien financier en cas de survenance de tempête de nature exceptionnelle désincite les propriétaires forestiers à prendre des mesures d'auto-assurance efficaces. Cette conclusion peut expliquer pourquoi des comportements d'auto-assurance face à un risque naturel sont très rarement observés.

La deuxième mesure que peut adopter le propriétaire forestier pour se couvrir contre un risque de tempête est de souscrire un contrat d'assurance.

B) L'ASSURANCE :

Le propriétaire forestier peut choisir de souscrire un contrat d'assurance. Ce contrat est composé de l'indemnité versée par la compagnie d'assurance en cas de sinistre, notée $I = \alpha x R$, avec α, le montant d'assurance souscrit par le propriétaire ; et de la prime d'assurance $P = (1+\lambda)\alpha R\mu$, avec λ le taux de chargement et μ l'espérance de dommage définie par $\mu = E(x)$. De cette façon, α représente la proportion de perte assurée avec α Є [0,1].

L'objectif du propriétaire forestier est de maximiser son espérance d'utilité:

$$EU(W) = \int_0^1 u[R - xR + \alpha xR - (1+\lambda)\alpha R\mu] f(x)dx \tag{7}$$

Ce cadre d'analyse a été initialement proposé par Eeckhoudt et Gollier (1992) puis repris par Schlesinger (2000). Les auteurs étudient, dans un tel cadre, le montant optimal d'assurance souscrit par l'agent économique et procèdent à l'interprétation de ce résultat et à l'analyse de statique comparative[13].

Le montant d'assurance optimal souscrit par le propriétaire forestier est décrit à l'aide du théorème suivant appelé Théorème de Mossin (1968) :

Théorème : Lorsque la prime d'assurance est actuarielle (λ=0), l'agent averse au risque souscrira une assurance complète (α=1). En revanche, si la prime d'assurance est chargée (λ >0), l'agent ne choisira pas une assurance complète (α*<1).*

13. Nous reprenons ici uniquement leurs principaux résultats, les lecteurs intéressés consulteront ces deux articles pour plus d'informations ainsi que pour les preuves des propositions présentées.

Si le contrat proposé par les compagnies d'assurance contient une prime actuarielle, alors un propriétaire forestier riscophobe souscrira une assurance complète. En effet, dans ce cas, l'assurance a un coût peu élevé et apporte le bénéfice de la réduction de risque. Par contre, si la prime d'assurance est chargée, alors le propriétaire forestier optera pour un contrat d'assurance partielle (une part du risque restant à sa charge) voire pour une absence d'assurance. Il existe alors un taux de chargement seuil, tel que le propriétaire forestier soit indifférent entre s'assurer ou ne pas s'assurer. Ainsi, si le taux de chargement observé[14] est supérieur à ce taux seuil, alors il est optimal pour le propriétaire forestier de ne pas souscrire un contrat d'assurance, ceci pourrait alors justifier le faible taux de couverture observé.

Les résultats de statique comparative concernant les effets d'un accroissement de la valeur du peuplement, du prix de l'assurance[15] et de l'aversion au risque sur l'activité d'assurance optimale, sont résumés respectivement dans les trois propositions suivantes:

Proposition 5[16]*:*

- si l'aversion absolue au risque est constante avec la richesse (CARA), une hausse de la richesse initiale a un effet nul sur la demande d'assurance de l'agent.

- si l'aversion absolue au risque est croissante avec la richesse (IARA), alors une hausse de richesse initiale engendre un accroissement de la demande d'assurance de l'agent.

- si l'aversion absolue au risque est décroissante avec la richesse (DARA), alors une hausse de richesse initiale engendre une réduction de la demande d'assurance de l'agent.

Proposition 6[17]*:*

- si l'aversion absolue au risque est constante ou croissante avec la richesse, une hausse du taux de chargement de l'assurance a un effet négatif sur la demande d'assurance de l'agent.

- si l'aversion absolue au risque est décroissante avec la richesse, alors une hausse du taux de chargement de l'assurance a un effet positif sur la demande d'assurance de l'agent.

L'assurance est donc un bien de Giffen sous une hypothèse d'aversion absolue au risque décroissante avec la richesse (DARA).

---

14. Il n'est actuellement pas possible d'obtenir ces informations auprès des deux principales compagnies d'assurance privée existantes sur le marché du risque tempête.
15. Un propriétaire forestier neutre au risque réduit toujours sa demande d'assurance lorsque le taux de chargement de celle-ci augmente. En revanche, il augmente sa demande d'assurance lorsque sa richesse intiale (valeur de son peuplement arrivé à maturité) s'accroît.
16. Eeckhoudt et Gollier (1992) obtiennent ces résultats par une analyse graphique tandis que Schlesinger (2000) propose une preuve mathématique.

Proposition 7[17] *: Considérons un taux de chargement positif, un accroissement du degré individuel d'aversion absolue au risque, pour tous les niveaux de richesse, provoque une hausse du niveau optimal de couverture d'assurance, toute chose égale par ailleurs.*
Ainsi, un propriétaire plus riscophobe souhaite se protéger davantage en accroissant sa demande d'assurance car sa « peur » du risque est plus importante.

De ces résultats il convient de noter que, sous DARA[18], un propriétaire forestier augmente sa demande d'assurance lorsque le prix de l'assurance augmente.

Intéressons nous maintenant à l'analyse de l'incidence de l'intervention publique sur la demande d'assurance du propriétaire forestier. Le programme de soutien financier public est défini de la même manière que dans le cas de l'auto-assurance : pour tous les aléas supérieurs à ε, l'Etat garantit un revenu $\overline{R}$ au propriétaire.
L'objectif du propriétaire forestier est de maximiser son espérance d'utilité :

$$EU(W) = \int_0^{\varepsilon} u[R - xR + \alpha xR - (1+\lambda)\alpha R\mu] f(x)dx + \int_{\varepsilon}^{1} u(\overline{R} + R - xR + \alpha xR - (1+\lambda)\alpha R\mu] f(x)dx \quad (8)$$

Ainsi, comme précédemment, lorsque le dommage est compris entre ε et 1, celui-ci est couvert à la fois par l'assurance et par l'indemnité versée par l'Etat[19].

Le montant optimal d'assurance $\hat{\alpha}$, est donné par la condition de premier ordre suivante :

$$H = \frac{\partial EU(W)}{\partial \alpha} = \int_0^{\varepsilon} u'(\hat{W}_{SP})\left[xR - (1+\lambda)R\mu\right] f(x)dx + \int_{\varepsilon}^{1} u'(\hat{W}_{AP})\left[xR - (1+\lambda)R\mu\right] f(x)dx = 0 \quad (9)$$

avec $\hat{W}_{SP} = R - xR + \hat{\alpha}xR - (1+\lambda)\hat{\alpha}R\mu$, la richesse finale sans soutien public et
$\hat{W}_{AP} = \overline{R} + R - xR + \hat{\alpha}xR - P$, la richesse finale avec aide publique.

Par hypothèses, la condition de second ordre est satisfaite.

A l'optimum, les bénéfices marginaux espérés (en termes d'utilité) issu de l'activité d'assurance sans aide ($u'(\hat{W}_{SP})xR$) et avec aide ($u'(\hat{W}_{AP})xR$) doivent être égaux aux coûts marginaux espérés (en terme d'utilité) de l'assurance sans aide ($u'(\hat{W}_{SP})\,P'$) et avec aide ($u'(\hat{W}_{AP})P'$).

17. Cette proposition est entre autre mise en évidence par Schlesinger (2000).
18. Cette hypothèse est généralement admise.
19. Cette hypothèse est tout à fait réaliste dans la mesure où il est stipulé à l'article 18 : « Subvention des pouvoirs publics » du contrat Groupama forêt proposé par la MISSO (Mutuelle des Sylviculteurs du Sud-Ouest), que « Dans l'hypothèse où les pouvoirs publics vous accorderaient une subvention à l'occasion d'un sinistre, notre indemnité interviendrait en complément de celle-ci ».

Le propriétaire forestier s'assure-t-il plus ou moins en présence d'un programme public ?
Pour répondre à cette question, nous analysons l'effet d'une variation du seuil d'intervention ε ou du montant d'aide versée $\overline{R}$ sur le montant optimal d'assurance $\hat{\alpha}$. Nous aboutissons aux résultats suivants :

<u>Proposition 8</u> : Pour un niveau d'intervention $\overline{R}$ donné, lorsque l'Etat intervient uniquement pour des tempêtes d'ampleur exceptionnelle (le seuil d'intervention ε est plus élevé), le propriétaire forestier augmente sa demande d'assurance.

La preuve de la proposition 8 est donnée en Annexe 6.
Lorsque l'intervention de l'Etat se déclenche uniquement pour les tempêtes de grande ampleur, le propriétaire préférera se protéger via un accroissement de sa demande d'assurance. Ceci illustre bien le fait que lorsque l'Etat intervient à partir d'un seuil plus faible, les propriétaires s'attendent à ce que des programmes soient instaurés plus facilement et donc ils ne s'assurent pas. Il y a donc bien une sorte de désincitation à s'assurer créée par les programmes publics. L'instauration de programmes publics de soutien aux victimes, suite à la survenance d'une tempête d'ampleur exceptionnelle, désincite les propriétaires forestiers à s'assurer efficacement. Ceci peut expliquer pourquoi les propriétaires forestiers privés sont relativement peu nombreux à avoir recours à l'assurance privée pour se couvrir contre les risques naturels.

<u>Proposition 9</u> : Suite à un accroissement de l'indemnité versée par l'Etat pour des tempêtes d'ampleur exceptionnelle, le propriétaire forestier réduit sa demande en assurance.

La preuve de la proposition 9 est donnée en Annexe 7. En effet, le propriétaire voyant que l'Etat accroît ses aides aux victimes de la tempête, il va réduire sa demande d'assurance puisqu'une part plus importante de la catastrophe sera prise en charge par l'Etat.

III) <u>CONCLUSION</u> :

Dans cet article nous analysons le comportement d'un propriétaire forestier privé en termes de choix de couverture et de prévention face à un risque de tempête. Nous examinons les décisions d'un propriétaire forestier en termes d'auto-assurance ou d'assurance dans un cadre d'analyse plus propice à l'étude des risques naturels (nombre fini d'états du monde et perte multiplicative) que les modèles standards. Les analyses de statique comparative soulignent des zones d'ambiguïté, ce qui diffère des modèles traditionnels. En effet, le fait de considérer une perte multiplicative ajoute un troisième effet lors de l'analyse. Cet « effet perte » supplémentaire est source d'ambiguïté sous les hypothèses d'aversion absolue au risque croissante ou décroissante. Nous montrons aussi que la présence d'une intervention publique crée une désincitation à s'auto-assurer ou à s'assurer pour les propriétaires forestiers.

D'autres recherches peuvent être envisagées dans la continuité de celles effectuées dans cet article, notamment une analyse simultanée de l'auto-assurance et de l'assurance afin de voir si la substituabilité entre ces deux mécanismes[20] reste valable mais aussi afin de voir ce qu'elle pourrait impliquer, notamment en présence de programmes publics. Plus généralement, il serait utile de se rapprocher encore davantage d'un cadre forestier : en effet, la considération d'un cadre dynamique et/ou d'une approche multi-risques améliorerait l'analyse. Finalement, il serait très intéressant de vérifier empiriquement les résultats obtenus dans notre modèle via une enquête ou une expérimentation. En effet, la collecte de données auprès des propriétaires privés français permettrait de tester la validité de nos résultats théoriques.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BIROT Y. et GOLLIER C. [2001], « Risk Assessment, Management and Sharing in Forestry, with Special Emphasis on Wind Storms », papier présenté lors de la 14ème convocation de « Academies of Engineering and Technological Sciences » (CAETS, Espoo, Finlande, juin 2001).

BRYIS E. et SCHLESINGER H. [1990], « Risk Aversion and the Propensities for Self-Insurance and Self-Protection », *Southern Economic Journal*, vol 57 n°2, octobre 1990, pp58-67.

COURBAGE C. [2001], « Self-Insurance, Self-Protection and Market Insurance within the Dual Theory of Choice », *The Geneva Paper on Risk and Insurance Theory*, n°26, pp43-56.

DIONNE G. et EECKHOUDT L. [1985], «Self-Insurance, Self-protection and Increased risk Aversion », *Economics Letters*, 17, pp39-42.

EECKHOUDT L. et GOLLIER C. [1992], « Les risques financiers : Evaluation, Gestion, Partage », collection « Ediscience International », Paris, p305.

EHRLICH I. et BECKER G. [1972], « Market Insurance, Self-Insurance and Self-protection », *Journal of Political Economy*, 6, pp. 623-648.

GANDERTON P.T, BROOKSHIRE D.S, Mc KEE M., STEWART S. et THURSTON H. [2000], « Buying Insurance for Disaster-type Risks: Experimental Evidence », *Journal of Risk and Uncertainty*, 20:3, pp271-289.

GOLLIER C. [2003], « To Insure or not to Insure? An Insurance Puzzle », *The Geneva Paper on Risk and Insurance Theory*, n°28, pp5-24.

20. Cette substituabilité entre auto-assurance et assurance de marché a été mise en évidence par Ehrlich et Becker (1972).

JULLIEN B., SALANIE B., SALANIE F. [1999], « Should more risk-averse agents exert more effort? », *The Geneva Paper on Risk and Insurance Theory*, The Geneva Association, n°24, pp19-28.

KONRAD K.A et SKAPERDAS S. [1993], « Self-Insurance and Self-protection: A Nonexpected Utility Analysis », *The Geneva Paper on Risk and Insurance Theory*, The Geneva Association, n°18, pp131-146.

KUNREUTHER H. et PAULY M. [2004], « Neglecting Disaster : Why don't People Insure Against Large Losses ? », *Journal of Risk and Uncertainty*, n°28 :1, pp5-21.

LEWIS T. et NICKERSON D. [1989], « Self-Insurance against Natural Disasters », *Journal of Environmental Economics and Management*, n°16, pp209-223.

MAHUL O. [1998], « La gestion des risques de production en agriculture: le rôle de la prévention et de l'assurance », Université de Toulouse I, UFR de Sciences Economiques, thèse présentée le 27 mars 1998, p60.

Mc CLELLAND G., SCHULTZE W.D. et COURSEY D.L [1993], «Insurance for Low-Probability Hazards: A Bimodal Response to Unlikely Events », *Journal of Risk and Uncertainty*, n°7, pp95-116.

MOSSIN J. [1968], « Aspects of Rational Insurance Purchasing », *Journal of Political Economy*, 76, pp553-568.

SCHLESINGER H. [2000], « The Theory of Insurance Demand », *Handbook of Insurance*, Chapitre 5, Kluwer Academic Publishers, pp131-151.

STENGER A. [2004], « Risk and Insurance in Forests: an experimental study on non industrial private forest owner in France in risky and ambiguous contexts », in site internet de EAERE: European Association of Environmental and Resource Economics, [en ligne] eaere2004.bkae.hu/download/paper/stenger2paper.doc (page consultée le 4 avril 2005).

ANNEXE 1

Analyse de statique comparative sur la valeur du peuplement

L'impact d'une variation de la valeur du peuplement sur l'activité optimale d'auto-assurance, s'analyse comme suit :

Considérons que q^* est une fonction de R : $q^*(R)$,

Ainsi, $\frac{\partial H}{\partial q} dq^* + \frac{\partial H}{\partial R} dR = 0$

Donc, $\frac{dq^*}{dR} = -\frac{\partial H / \partial R}{\partial H / \partial q}$

Or, $\partial H/\partial q$ correspond à la condition de 2nd ordre, qui par hypothèse est strictement négative, il ne reste donc qu'à calculer $\partial H/\partial R$ et à observer son signe.

$$\frac{\partial H}{\partial R} = \int_0^1 \left(u''(W^*)[1-x(q^*)][-x'(q^*)R-c] + u'(W^*)[-x'(q^*)]\right) f(x)dx$$

Cette expression peut se réécrire comme suit :

$$E\{\underbrace{u''(W^*)}_{\ominus}\underbrace{[1-x(q^*)]}_{\oplus}\underbrace{[-x'(q^*)R-c]}_{?}\} + E\{\underbrace{u'(W^*)[-x'(q^*)]}_{\oplus}\}$$

Le signe de [*–x'(q*)R – c]* n'est pas connu, mais sous des hypothèses de coûts raisonnables, nous supposons que cette expression est positive. Ainsi, le signe de $\partial H / \partial R$ est indéterminé. Nous allons donc recourir à l'indice d'aversion absolue au risque, appelé indice Arrow-Pratt[21].

Considérons tout d'abord que le propriétaire forestier a une aversion absolue constante avec le revenu (hypothèse CARA) :

Lorsqu'on remplace *-u''(W)* par *β u'(W)* dans *∂H/∂R*, on obtient :

$$\int_0^1 \left(-\beta u'(W^*)[1-x(q^*)][-x'(q^*)R-c] + u'(W^*)[-x'(q^*)]\right) f(x)dx$$

qui peut se réécrire :

$$-E\{\beta u'(W^*)[1-x(q^*)][-x'(q^*)R-c]\} + E\{u'(W^*)[-x'(q^*)]\}$$

et donc:

$$-\beta[1-x(q^*)]E\{\underbrace{u'(W^*)[-x'(q^*)R-c]}_{=0}\} + E\{\underbrace{u'(W^*)[-x'(q^*)]}_{\oplus}\}$$

Sous CARA, une hausse de richesse initiale entraîne une hausse des activités d'auto-assurance. Dans ce cas précis, c'est donc l'effet perte qui domine.

Considérons maintenant que le propriétaire forestier à une aversion absolue décroissante avec le revenu (hypothèse DARA) :

On a alors l'expression:

$$\int_0^1 \left(-\beta(W^*)u'(W^*)[1-x(q^*)][-x'(q^*)R-c] + u'(W^*)[-x'(q^*)]\right) f(x)dx$$

qui peut également se noter comme suit :

$$\underbrace{-E\{\beta(W^*)u'(W^*)[1-x(q^*)][-x'(q^*)R-c]\}}_{\ominus} + E\{\underbrace{u'(W^*)[-x'(q^*)]}_{\oplus}\}$$

---

21. Sous une hypothèse CARA, cet indice s'écrit : $\beta = -u''(W)/u'(W)$, avec *W* un niveau quelconque de richesse, *β* étant positif et constant, on a : *-u''(W) = β u'(W).*

Sous des hypothèses DARA et IARA, il s'écrit : $\beta(W) = -u''(W)/u'(W)$ et se réécrit : $-u''(W) = \beta(W)u'(W)$, avec *W* étant toujours un niveau de richesse quelconque.

Il y a donc ambiguïté quant à l'effet d'une hausse de richesse initiale sur l'activité optimale d'auto-assurance dans le cas d'une aversion absolue décroissante avec le revenu (DARA).
Cette ambiguïté est également caractérisée en présence d'une aversion absolue au risque croissante avec la richesse (IARA).

ANNEXE 2
Analyse de statique comparative sur le coût de l'auto-assurance

L'impact d'une variation du coût de l'auto-assurance, sur l'activité optimale d'auto-assurance, s'étudie de la façon suivante :
Considérons que q^* est une fonction de c : $q^*(c)$,
Ainsi, $\frac{\partial H}{\partial q} dq^* + \frac{\partial H}{\partial c} dc = 0$
Donc, $\frac{dq^*}{dc} = -\frac{\partial H / \partial c}{\partial H / \partial q}$
Or, $\partial H/\partial q$ correspond à la condition de 2nd ordre, qui par hypothèse est strictement négative, il ne reste donc qu'à calculer $\partial H/\partial c$ et à observer son signe :

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \int_0^1 \left(u''(W^*)[-q^*][-x'(q^*)R - c] + u'(W^*)[-1]\right) f(x)dx$$

Cette expression peut se réécrire comme suit :

$$E\{\underbrace{u''(W^*)[-q^*]}_{\oplus}\underbrace{[-x'(q^*)R - c]}_{?}\} \underbrace{- E\{u'(W^*)\}}_{\Theta}$$

Le signe de $[-x'(q^*)R - c]$ n'est pas connu, mais sous des hypothèses de coûts raisonnables, nous supposons que cette expression est positive. Ainsi le signe de $\partial H / \partial c$ est indéterminé.
Nous allons donc recourir, comme précédemment, à l'indice d'aversion absolue au risque.

Considérons tout d'abord que le propriétaire forestier a une aversion absolue au risque constante avec la richesse (CARA) :
Lorsqu'on remplace $-u''(W)$ par $\beta\, u'(W)$ dans $\partial H/\partial c$, on obtient :

$$\int_0^1 \left(-\beta u'(W^*)[-q^*][-x'(q^*)R - c] - u'(W^*)\right) f(x)dx$$

qui se réécrit comme suit :

$$E\{-\beta u'(W^*)[-q^*][-x'(q^*)R - c]\} - E\{u'(W^*)\}$$

et donc :

$$-\beta[-q^*]\underbrace{E\{u'(W^*)[-x'(q^*)R - c]\}}_{=0} \underbrace{- E\{u'(W^*)\}}_{\Theta}$$

Ainsi, sous une hypothèse CARA, quand le coût de l'activité d'auto-assurance croît, l'activité optimale d'auto-assurance, se réduit.

Considérons que le propriétaire forestier a une aversion absolue au risque décroissante avec la richesse (DARA) :

On a alors l'expression:

$$\underbrace{-E\{\beta(W^*)u'(W^*)[-q^*][-x'(q^*)R-c]\}}_{\oplus}\underbrace{-E\{u'(W^*)\}}_{\ominus} \text{ dont le signe est indéterminé.}$$

Ce qui aboutit aux résultats suivants :

$$\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad E\{u'(W^*)\beta(W^*)[x'(q^*)R+c]q^*\} + E\{u'(W^*)\} \geq 0$$

$$\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad E\{u'(W^*)\} \geq E\{u'(W^*)\beta(W^*)[x'(q^*)R+c]q^*\}$$

$$\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 \geq \frac{E\{u'(W^*)\beta(W^*)[x'(q^*)R+c]q^*\}}{E\{u'(W^*)\}}$$

Nous notons $g = \frac{u'f}{fu'f}$. Ainsi, nous obtenons :

$$\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 \geq q^* \operatorname{cov}_g(\beta(W^*), x'(q^*)R+c)$$

Comme *q*>0,* $\frac{dq^*}{dc} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \operatorname{cov}_g(\beta(W^*), x'(q^*)) \leq 0$

Quand l'aléa augmente, *x'(q*)* diminue tandis que la perte augmente et la richesse diminue. Ainsi,

Sous DARA, $\operatorname{cov}_g(\beta(W^*), x'(q^*)) \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dq^*}{dc} \leq 0$

Et

Sous IARA, $\operatorname{cov}_g(\beta(W^*), x'(q^*)) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dq^*}{dc} \geq 0$

ANNEXE 3

Analyse de statique comparative sur l'aversion au risque

Considérons un propriétaire forestier plus riscophobe que le propriétaire forestier considéré précédemment. Les préférences de cet agent sont représentées par une fonction d'utilité *V* définie par *V = g[u]* avec *g'>0* et *g''< 0*. On sait par ailleurs que *EV* est concave en *q*.

Ainsi, l'objectif du propriétaire plus riscophobe s'écrit :

$EV(W) = \int_0^1 g[U(R - x(q)R - cq)] f(x)dx$

Son niveau optimal d'auto-assurance q^*_v est défini par la condition suivante :

$$\frac{dEV}{dq} = \int_0^1 g'(W_v^*)u'[W_v^*](-x'(q_v^*)R - c) f(x)dx = 0$$

avec $W_v^* = R - x(q_v^*)R - cq_v^*$

La condition $\frac{dEV}{dq}$ exprimée en q^* donne l'expression suivante :

$$\left.\frac{dEV}{dq}\right|_{q^*} = \int_0^1 g'(W^*)u'[W^*](-x'(q^*)R - c) f(x)dx$$

Posons $\overline{W} = R - cq^*$ avec $\overline{W} > W^*$.

Comme g''<0, $g'(W^*) > g'(\overline{W})$.

On a alors : $\int_0^1 g'(W^*)u'(W^*)(-x'(q^*)R - c) f(x)dx > g'(\overline{W})\int_0^1 u'(W^*)(-x'(q^*)R - c) f(x)dx = 0$

Donc, $\left.\frac{dEV}{dq}\right|_{q^*} > 0$ et comme *EV* est concave en *q*, alors $q^* < q^*_v$.

ANNEXE 4

Analyse de statique comparative sur le seuil d'intervention de l'Etat

En différenciant la condition du premier ordre définissant $\hat{q}$ et en utilisant la condition du second ordre, nous obtenons la condition de signe suivante :

$$sgn\frac{d\hat{q}}{d\varepsilon} = sgn\left(\frac{\partial EU(W)/\partial q}{\partial \varepsilon}\right)$$

avec $\frac{\partial EU(W)/\partial q}{\partial \varepsilon} = u'(W_{SP}|\varepsilon)[-\varepsilon'(\hat{q})R - c] - u'(W_{AP}|\varepsilon)[-\varepsilon'(\hat{q})R - c]$

qui peut se réécrire comme suit : $[u'(W_{SP}|\varepsilon) - u'(W_{AP}|\varepsilon)][-\varepsilon'(\hat{q})R - c]$

$W_{SP} < W_{AP}$ donc $u'(W_{SP}|\varepsilon) > u'(W_{AP}|\varepsilon)$.

Sous des hypothèses de coûts raisonnables, l'expression $\frac{\partial EU(W)/\partial q}{\partial \varepsilon}$ est positive.

ANNEXE 5

Analyse de statique comparative sur l'indemnité versée par l'Etat

En différenciant la condition de premier ordre définissant $\hat{q}$ et en utilisant la condition du second ordre, nous obtenons la condition de signe suivante :

$$sign\frac{d\hat{q}}{d\overline{R}} = sgn\left(\frac{\partial EU(W)/\partial q}{\partial \overline{R}}\right)$$

avec $\dfrac{\partial EU(W)/\partial q}{\partial \overline{R}} = \int_{\varepsilon}^{1} u''(W_{AP})[-x'(\hat{q})R - c]f(x)dx$

qui est, sous des hypothèses de coûts raisonnables, négative.

ANNEXE 6
Analyse de statique comparative sur le seuil d'intervention de l'Etat

En différenciant la condition du premier ordre définissant $\hat{\alpha}$ et en utilisant la condition du second ordre, nous obtenons la condition de signe suivante :

$$\text{sgn}\frac{d\hat{\alpha}}{d\varepsilon} = \text{sgn}\left(\frac{\partial H}{\partial \varepsilon}\right).$$

$$\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} = u'(\hat{W}_{SP}\big|_{\varepsilon})[\varepsilon R - (1+\lambda)R\mu] - u'(\hat{W}_{AP}\big|_{\varepsilon})[\varepsilon R - (1+\lambda)R\mu]$$

avec $\hat{W}_{SP}\big|_{\varepsilon} = R - \varepsilon R + \hat{\alpha}\varepsilon R - (1+\lambda)\hat{\alpha}R\mu$ et $\hat{W}_{AP}\big| = \overline{R} + R - \varepsilon R + \hat{\alpha}\varepsilon R - P$

Pour $\overline{R} \geq 0, \hat{W}_{SP}\big|_{\varepsilon} \leq \hat{W}_{AP}\big|_{\varepsilon}$ et $u'(\hat{W}_{SP}\big|_{\varepsilon}) - u'(\hat{W}_{AP}\big|_{\varepsilon}) \geq 0$

Le terme $(\varepsilon R - (1+\lambda)R\mu)$ est aléatoire et peut prendre tantôt des valeurs positives tantôt des valeurs négatives.

Il apparaît alors deux possibilités :

- 1er cas : $(\varepsilon - (1+\lambda)\mu)$ est positif alors $\dfrac{d\hat{\alpha}}{d\varepsilon} > 0$
- 2ème cas : $(\varepsilon - (1+\lambda)\mu)$ est négatif alors $\dfrac{d\hat{\alpha}}{d\varepsilon} < 0$

Lorsque ε est important $\varepsilon > (1+\lambda)\mu$. On se place donc généralement dans le 1er cas de figure où $\dfrac{d\hat{\alpha}}{d\varepsilon} > 0$.

ANNEXE 7
Analyse de statique comparative sur l'indemnité versée par l'Etat

En différenciant la condition de premier ordre définissant $\hat{q}$ et en utilisant la condition du second ordre, nous obtenons la condition de signe suivante :

$$sign\frac{d\hat{\alpha}}{d\overline{R}} = sgn\left(\frac{\partial EU(W)/\partial \alpha}{\partial \overline{R}}\right)$$

avec $\dfrac{\partial EU(W)/\partial \alpha}{\partial \overline{R}} = \int_{\varepsilon}^{1} u''(\hat{W}_{AP})[xR - (1+\lambda)R\mu]f(x)dx$

dont le signe dépend du terme $\left(xR-(1+\lambda)R\mu\right)$ qui peut prendre tantôt des valeurs positives tantôt des valeurs négatives. Lorsque x est important $x>(1+\lambda)\mu$ d'où $\frac{d\hat{\alpha}}{d\bar{R}}<0$.